SOMMAIRE

Série 3: Dipôle RC

Exercice n°1

Le circuit électrique de la **figure 1** comporte, montés en série :

- Un condensateur de capacité **C** ;
- Un résistor de résistance **R** ;
- Un générateur de tension idéal de f.é.m **E** ;
- Un interrupteur **K.**

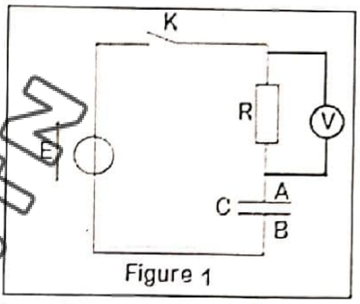
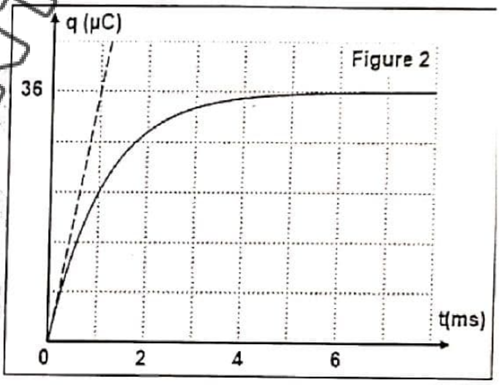


Figure 1

On branche un voltmètre aux bornes du résistor et à l'instant **t=0**, on ferme l'interrupteur **K**. le voltmètre indique une tension de valeur constante **U = 6V**.
A l'aide d'une interface reliée à un ordinateur, on saisit les valeurs instantanées de la tension aux bornes du condensateur et le logiciel permet de tracer la courbe de la charge **q** de l'armature **A** en fonction du temps pendant la durée du saisie (**Figure 2**).



1- La charge du condensateur est-elle instantanée ? Justifier la réponse.
2- a- En appliquant la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle vérifiée par **q** est $\frac{dq}{dt}+\frac{q}{\tau}=\frac{Q_0}{\tau}$ ou τ et Q_0 sont des constantes à exprimer en fonction des grandeurs caractéristiques (**E, R** et **C**) du circuit.
   b- Cette équation différentielle admet pour solution : $q(t) = A(1-e^{-\alpha t})$ ou **A** et α sont deux constantes. Montrer que $A = Q_0$ et $\alpha = \frac{1}{\tau}$.
3- Déterminer la valeur de **E**.
4- a- Quelle est la valeur de la charge **q** à **t=0** ?
   b- Que devient alors l'équation différentielle vérifiée par q à cet instant ?
   c- En déduire qu'à l'instant **t=0**, l'intensité du courant a pour expression $I_0 = \frac{E}{R}$.
   d- Déterminer graphiquement la valeur de I_0 puis déduire celle de **R**.
5- Déterminer graphiquement la valeur de τ . En déduire la valeur de **C.**
6- On fait varier une des grandeurs **R, C** ou **E** dans le but d'emmagasiner, à la fin de la charge, la même énergie dans le condensateur mais moins rapidement.
   a- Quelle grandeur faut-il faire varier et dans quel sens ? Justifier votre réponse.
   b- On souhaite que la charge soit deux fois moins rapide. Quelle valeur doit-on donner à la grandeur modifiée ?

Exercice n°2

On réalise le montage électrique schématisé sur la **figure 1** comportant :

- un générateur de tension idéal de fem **E** ;
- un condensateur de capacité **C** initialement déchargé ;
- une lampe **L** ;
- un ampèremètre (**A**) de résistance négligeable ;
- un voltmètre (**V**) de résistance infinie ;
- un interrupteur **K**.

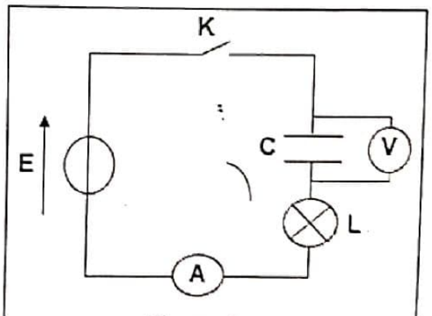


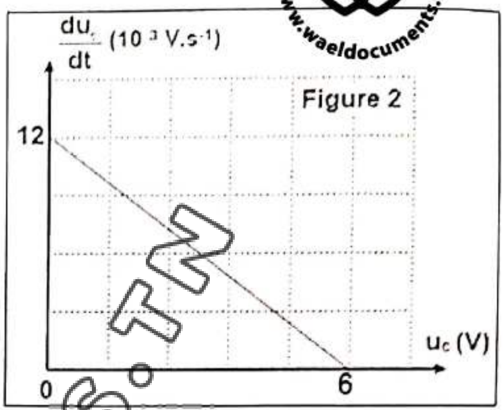
Figure 1

A) Expérience 1
On ferme **K**, la lampe s'allume immédiatement et s'éteint spontanément.
1- Décrire brièvement ce qu'on observe
- au niveau du voltmètre (**V**) ;
- au niveau de l'ampèremètre (**A**).

2- Justifier alors, pourquoi la lampe s'éteint spontanément.

B) Expérience 2
On débranche le circuit de **l'expérience 1**. On décharge le condensateur et on remplace la lampe **L** par un conducteur ohmique de résistance **R = 100 Ω**. L'ampèremètre et le voltmètre sont éliminés. À l'instant **t = 0**, on ferme **K**.

Un dispositif d'acquisition de données permet de suivre l'évolution temporelle de la tension u_C, de calculer $\frac{du_c}{dt}$ et de tracer la courbe $\frac{du_c}{dt} = f(u_c)$ donnée par la **figure 2**.



1- a- Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_c(t)$ s'écrit : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = \frac{E}{\tau}$; où τ est la constante de temps du circuit que l'on exprimera en fonction de **R** et **C**.

b- Vérifier que $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est une solution de l'équation différentielle précédente.

2- a- En exploitant la courbe de la **figure 2**, déterminer la valeur de la constante de temps τ et celle de la fem **E**.

b- Déduire la valeur de la capacité **C**.

3- On appelle t_M la durée de temps de montée de la tension $u_c(t)$ dans le circuit et on la définit par : $t_M = t_2 - t_1$; où t_1 et t_2 représentent les instants au bout desquels la tension $u_c(t)$ atteint respectivement **10,0 %** et **90,0 %** de sa valeur maximale.

a- Exprimer t_1 et t_2 en fonction de τ.

b- En déduire que $t_M = \tau.\ln(9)$. Calculer sa valeur.

4- Tracer sur un même système d'axe, l'allure des courbes de $u_c(t)$ et $u_R(t)$, en précisant leurs valeurs aux instants : $t_0 = 0$, t_1, t_2 et $t_3 = 5\tau$ (instant à partir de laquelle le condensateur sera considéré comme complètement chargé)

Exercice n°3

Le circuit électrique de la **figure 1** est constitué d'un générateur idéal de tension, de force électromotrice **E**, de deux conducteurs ohmiques dont l'un est de résistance R_0 et l'autre de résistance **R** réglable, d'un condensateur de capacité **C** initialement déchargé, et d'un interrupteur **K**.

A l'instant de date **t = 0s**, on ferme l'interrupteur **K**.

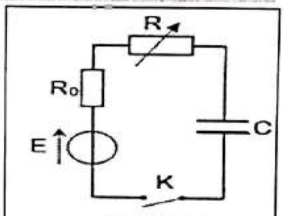


Figure 1

Partie A

1- a- Montrer qu'au cours de la charge du condensateur, l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_{R0} aux bornes du résistor R_0 s'écrit sous la forme : $\frac{du_{R_0}(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}u_{R_0}(t) = 0$. Déduire l'expression de la constante de temps τ en fonction de R_0 ; **R** et **C**.

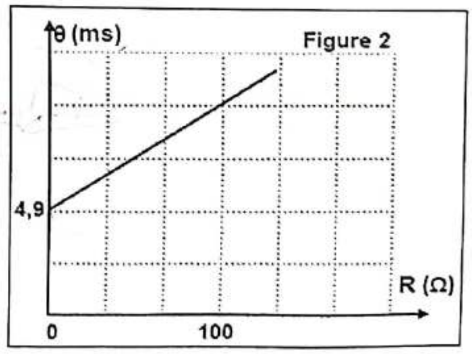
b- La solution de l'équation différentielle obtenue peut se mettre sous la forme $u_{R0}(t) = A\ e^{-\alpha t}$. Montrer que dans ces conditions, **A** et **α** s'expriment par les relations : $A = \frac{R_0E}{R+R_0}$ et $\alpha = \frac{1}{\tau}$.

2- a- Montrer que $u_R(t) = \frac{R}{R_0}u_{R0}(t)$

b- Déduire l'expression de la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur.

Partie B

On établit plusieurs fois le régime permanent et, ce, en variant à chaque fois la valeur de la résistance **R** du résistor. On détermine pour chaque valeur de **R**, la valeur de la durée **θ** au bout de laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint **99%** de sa valeur maximale (Le condensateur sera considéré comme complément chargé). Ceci a permis de tracer la courbe **θ = f(R)** de la **figure 2**.

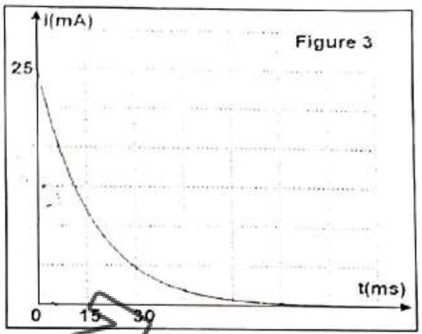


1- A partir de l'expression de $u_c(t)$ établie en **2) b)** de la **partie A**, exprimer **θ** en fonction de τ.

2- En exploitant la courbe de la **figure 2**, déterminer les valeurs de la capacité **C** du condensateur et la résistance R_0.

Partie C

A la fin de l'expérience réalisée à la **partie B**, on ouvre l'interrupteur **K**. on règle **R** à une valeur R_1. A un nouvel instant **t'= 0**, on ferme **K** et on suit l'évolution au cours du temps de l'intensité du courant i(t) dans le circuit. La courbe traduisant cette évolution est donnée par la **figure 3**.



1- a- Relever graphiquement les valeurs de l'intensité du courant I_0 à l'instant $t' = 0$ et la constante de temps τ.
b- Déduire les valeurs de R_1 et de E.

2- Soient E_e l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur lorsqu'il est complètement chargé et $E_e(\tau)$ l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = \tau$.

Montrer que $\frac{E_e(\tau)}{E_e} = (\frac{e-1}{e})^2$ (e est la base du logarithme népérien).

Calculer sa valeur.

Exercice n°4

Un groupe d'élèves, sous le contrôle de leur professeur, se propose de déterminer la valeur de la capacité C d'un condensateur, la fem E d'un générateur de tension supposé idéal et les valeurs des résistances R_1 et R_2 de deux conducteurs ohmiques. Pour cela, les élèves réalisent les expériences suivantes :

Expérience 1 : Détermination de C

À l'aide d'un générateur **G** de courant débitant un courant constant d'intensité $I = 150\ \mu A$, d'un voltmètre numérique **(V)**, d'un interrupteur **K** et du condensateur de capacité **C** initialement déchargé, les élèves réalisent le montage schématisé par la **figure 1**. Après avoir fermé l'interrupteur **K**, à l'instant **t = 0 s**, ils effectuent des mesures permettant d'obtenir la courbe de la **figure 2** traduisant l'évolution au cours du temps de la tension u_c aux bornes du condensateur.

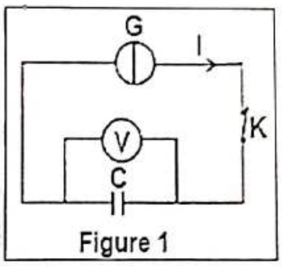


Figure 1

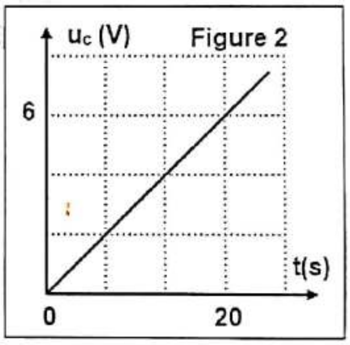


Figure 2

1- Établir la relation reliant u_c, C, I et t.
2- Déterminer, en exploitant la courbe de la **figure 2**, la valeur de la capacité **C** du condensateur.

Expérience 2 : Détermination de E, R_1 et R_2

Au cours de cette expérience on prendra **C = 500 µF**.
Les élèves déchargent le condensateur de capacité **C** et réalisent le montage de la **figure 3**.
Afin de visualiser les tensions instantanées $u_{R1}(t)$ et $u_{R2}(t)$, l'un des élèves branche la masse d'un oscilloscope à mémoire ainsi que ses deux entrées Y_1 et Y_2 respectivement aux points **M**, **A** et **B**. L'élève appui sur le bouton inversion de l'entrée Y_2 puis il ferme l'interrupteur **K** à l'instant **t = 0 s**.
Les chronogrammes donnant l'évolution au cours du temps des tensions instantanées $u_{R1}(t)$ et $u_{R2}(t)$ sont représentés sur la **figure 4**.

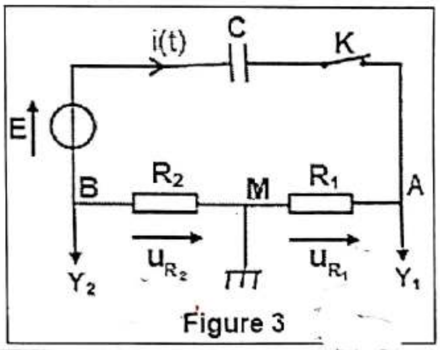
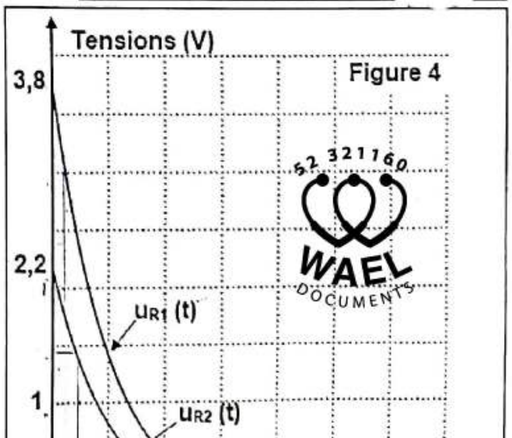


Figure 3

1- Préciser la tension visualisée sur chaque voie de l'oscilloscope.
2- a- Montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution au cours du temps de l'intensité **i(t)** du courant s'écrit : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$ avec τ une constante que l'on exprimera en fonction de R_1, R_2 et C.
b- On admet que la solution de l'équation différentielle précédente est de la forme : $i(t) = \frac{U_{01}}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Montrer que $U_{01} = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$.

3- Justifier que **E = 6 V**.
4- a- Calculer la valeur de la tension $u_{R1}(t)$ à l'instant $t = \tau$. En déduire graphiquement la valeur de τ.
b- Déduire les valeurs des résistances R_1 et R_2.
c- Déterminer la valeur I_0 de l'intensité du courant dans le circuit de la **figure 3** à l'instant **t = 0 s**.
5- Calculer l'énergie électrostatique E_e emmagasinée par le condensateur lorsque $u_c = u_{R1}$.



Exercice n°5

Au laboratoire d'un lycée, on dispose d'un condensateur de capacité **C** inconnue, initialement déchargé. Lors d'une séance de travaux pratiques, deux groupes d'élèves sont chargés de déterminer une valeur approchée de la capacité **C** de condensateur. Le matériel mis à leur disposition est le suivant :

- Le condensateur de capacité **C** ;
- Un générateur basse fréquence (**GBF**) ;
- Un conducteur ohmique de résistance **R** réglable ;
- Un oscilloscope bicourbe et des fils de connexion.

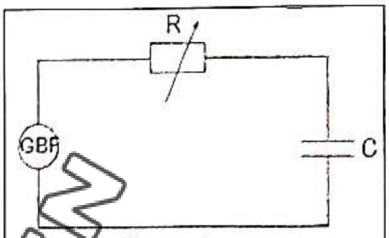


Figure 1

Un groupe d'élève choisit de soumettre le dipôle **RC** à un échelon de tension. Il réalise alors, le montage de la **figure 1**.

- Le (**GBF**) délivre une tension **u(t)** en créneaux (**U_0, 0**) (**U_0** pendant une demi-période et **0** pendant l'autre demi – période).
- La résistance du conducteur ohmique est ajustée à la valeur **R_1= 10 kΩ**

Grace a l'oscilloscope, les élèves visualisent simultanément, la tension u(t) et la tension **$u_c(t)$** aux bornes du condensateur. Pour une valeur **N_1=50Hz** de la fréquence du (**GBF**), ils observent les courbes de la **figure 2**.

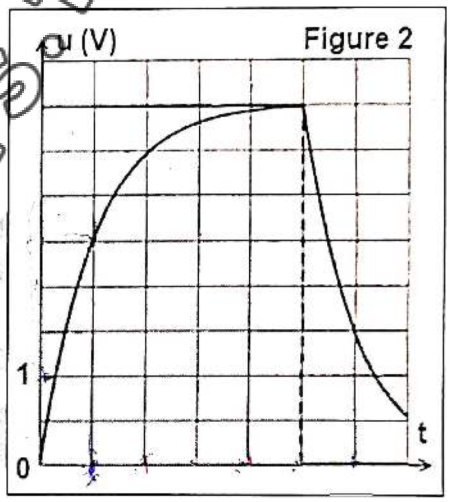


Figure 2

1- Lors de la charge du condensateur, la tension entre ses bornes s'exprime par **$u_c(t) = U_0(1-e^{-\frac{t}{\tau_1}})$** ; ou τ_1 est la constante de temps du dipôle **R_1C**.

a- En se référant à l'expression de **$u_c(t)$**, préciser la limite vers laquelle tend **u_c** pour un temps de charge très long.

b- En déduire graphiquement, la valeur de **U_0**.

2- a- Calculer la valeur de la tension **u_c** à l'instant **$t = \tau_1$** . En déduire graphiquement la valeur de τ_1.

b- Déterminer alors, la valeur de **C**.

3- A partir de l'expression de **$u_c(t)$** donnée en **1°)**, exprimer en fonction de τ_1, la durée **θ_1** au bout de laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint **99%** de sa valeur maximale. Le condensateur sera considéré comme complément chargé.

4- L'un des élèves agit sur la résistance du conducteur ohmique pour lui donner la valeur **$R_2 = 3R_1$**.

a- Vérifier que la valeur **N_1** de la fréquence du signal créneau délivré par le (**GBF**) ne permet pas au condensateur d'atteindre sa charge maximale.

b- Déterminer la valeur maximale **N_2** de la fréquence du signal créneau permettant au condensateur d'atteindre sa charge maximale.

5- Un autre élève agit de nouveau sur la résistance du conducteur ohmique pour lui donner une valeur **R_3**. A l'aide d'une interface reliée à un ordinateur, on saisit les valeurs instantanées de la tension aux bornes du condensateur et le logiciel permet de tracer la courbe de l'énergie emmagasinée **E_c=f(t)** (**Figure 3**) pendant une période.

On admet que pour $t \in \left[\frac{T}{2}, T\right]$ le condensateur se décharge et l'énergie E_c qu'il emmagasine s'écrit : $E_c = \frac{1}{2}CE^2e^{-\frac{2t}{R_3C}}$

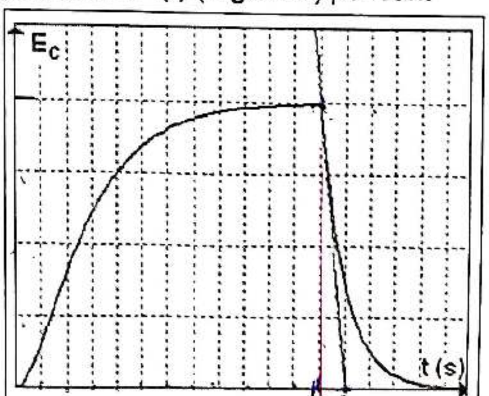


Figure 3

a- A partir de l'expression de E_c, déterminer l'échelle relative à l'axe des ordonnées. (L'origine des dates est prise au début de la phase de décharge)

b- On représente la tangente à la courbe **E_c=f(t)** juste au début de la décharge.

b₁) Exprimer $\left.\frac{dE_c}{dt}\right|_0$ en fonction de **R_3** et **E**.

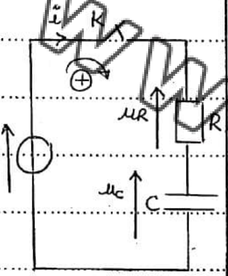
b₂) Déduire la valeur de **R_3**.

Correction série 3

Exercice n°1

1) La charge d'un condensateur n'est pas instantanée ; elle constitue un phénomène transitoire.

2) a) Loi des mailles



$E - u_R - u_C = 0$

$u_R + u_C = E$

$Ri + \frac{q}{C} = E$ or $i = \frac{dq}{dt}$

$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$

$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$

$\Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E.C}{R.C}$

soit $\boxed{\frac{dq}{dt} + \frac{q}{\tau} = \frac{Q_0}{\tau}}$

Avec $\tau = RC$ et $Q_0 = CE$

b) $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) = A - Ae^{-\alpha t}$

$\frac{dq}{dt} = \alpha A e^{-\alpha t}$

On remplace dans l'eqt diff

$\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{1}{\tau}(A - Ae^{-\alpha t}) = \frac{Q_0}{\tau}$

$\alpha A e^{-\alpha t} + \frac{A}{\tau} - \frac{A}{\tau}e^{-\alpha t} = \frac{Q_0}{\tau}$

$Ae^{-\alpha t}(\alpha - \frac{1}{\tau}) + \frac{A}{\tau} = \frac{Q_0}{\tau}$

$\begin{cases} \frac{A}{\tau} = \frac{Q_0}{\tau} \Rightarrow \boxed{A = Q_0} \\ Ae^{-\alpha t}(\alpha - \frac{1}{\tau}) = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{\tau}} \end{cases}$

d'où $\boxed{q(t) = Q_0(1 - e^{-t/\tau})}$

3) à $t = 0$; $u_C(0) = 0$

$\Rightarrow u_R(0) = U = E$ d'où $\boxed{E = 6V}$

4) a) $\boxed{q(t=0) = 0}$

b) A $t = 0$; l'eqt diff devient

$\boxed{\left(\frac{dq}{dt}\right)_{t=0} = \frac{Q_0}{\tau}}$

c) $\left(\frac{dq}{dt}\right)_{t=0} = I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{Q_0}{\tau} = \frac{CE}{RC}$

soit $\boxed{I_0 = \frac{E}{R}}$

d) $I_0 = \left(\frac{dq}{dt}\right)_{t=0}$ = pente de la tangente à la courbe à $t=0$

$= \frac{36.10^{-6} - 0}{1.10^{-3} - 0} = \boxed{36\,mA}$

$I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow R = \frac{E}{I_0} = \boxed{167\,\Omega}$

5) τ est l'abscisse du point d'intersection de la tangente à la courbe à $t = 0$ et l'asymptote horizontale $q = Q_0 \Rightarrow \boxed{\tau = 1ms}$

$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \boxed{6.10^{-6}F}$

6) a) A la fin de la charge $E_e = \frac{1}{2}CE^2$

Pour emmagasiner la même énergie dans le condensateur, on varie R moins rapidement ($\tau \uparrow$) $\Rightarrow$ on augmente R.

b) la charge est deux fois moins rapide

$\tau' = 2\tau \Rightarrow R' = 2R = \boxed{334\,\Omega}$

Exercice 2:

A) Experience 1

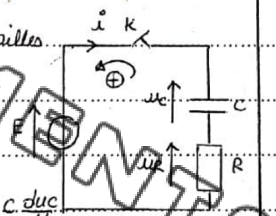
1) • le voltmètre indique une tension qui croît progressivement et se stabilise à une valeur constante égale à E.

• L'amperemètre indique une intensité du courant electrique qui diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

2) Lorsque le condensateur devient complètement chargé, il se comporte comme un interrupteur ouvert $\Rightarrow i = 0$ d'où la lampe s'éteint.

B) Experience 2

1) a) Loi des mailles



$u_R + u_C - E = 0$

$u_R + u_C = E$

$Ri + u_C = E$ or $i = C\frac{du_C}{dt}$

$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$

soit $\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}}$ avec $\boxed{\tau = RC}$

b) $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau}) = E - Ee^{-t/\tau}$

$\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-t/\tau}$

On remplace dans l'eqt diff

$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = \frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{1}{\tau}E - \frac{1}{\tau}Ee^{-t/\tau}$

$= \frac{E}{\tau}$ vérifié

2) a) $\frac{du_C}{dt} = f(u_C)$ est une droite affine d'equation $\frac{du_C}{dt} = a.u_C + b$

or $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau}u_C + \frac{E}{\tau}$

Par identification $a = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = -\frac{1}{a}$

$\tau = -\frac{1}{\frac{12.10^3 - 0}{0 - 6}} = \boxed{5.10^{-4}s}$

$b = \frac{E}{\tau} \Rightarrow E = b.\tau = 12.10^3 . 5.10^{-4}$

$\boxed{E = 6V}$

b) $\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \boxed{5.10^{-6}F}$

3) a) $u_C(t_1) = E(1 - e^{-t_1/\tau}) = 0{,}1E$

$1 - e^{-t_1/\tau} = 0{,}1 \Rightarrow e^{-t_1/\tau} = 0{,}9$

$\boxed{t_1 = -\tau.\ln(0{,}9)}$

$u_C(t_2) = E(1 - e^{-t_2/\tau}) = 0{,}9E$

$1 - e^{-t_2/\tau} = 0{,}9 \Rightarrow e^{-t_2/\tau} = 0{,}1$

$\boxed{t_2 = -\tau.\ln(0{,}1)}$

b) $t_M = t_2 - t_1 = \tau.\ln(0{,}9) - \tau\ln(0{,}1)$

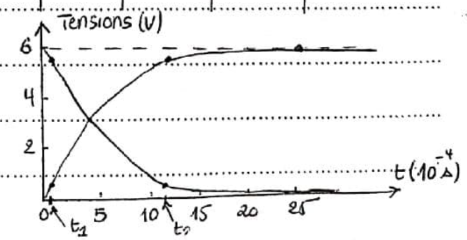
$= \tau.\ln\left(\frac{0{,}9}{0{,}1}\right) = \tau.\ln 9$

$\boxed{t_M = \tau.\ln 9}$

(A.N) $t_M = 5.10^{-4}.\ln 9 = \boxed{1{,}1\,ms}$

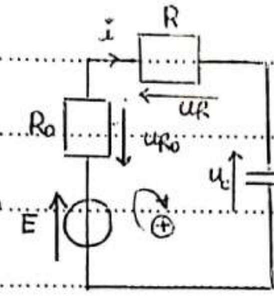
4) $u_R = E - u_C$; $t_1 = 0{,}527.10^{-4}s$; $t_2 = 11{,}5.10^{-4}s$

$t(10^{-4}s)$	0	t_1	t_2	$t_3 = 5\tau$
$u_C(V)$	0	0,6	5,4	6
$u_R(V)$	6	5,4	0,6	0



Exercice 3:

Partie A



1) a) Loi des mailles

$E - u_{R_0} - u_R - u_C = 0$

$u_{R_0} + u_R + u_C = E$

$(R_0 + R)\,i + u_C = E$

on dérive % au temps

$(R+R_0)\dfrac{di}{dt} + \dfrac{du_C}{dt} = 0$ or $i = C\dfrac{du_C}{dt}$

d'où $\dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{i}{C}$

$\left(R+R_0)\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}\,i = 0\right) \times R_0$

$(R+R_0)\dfrac{du_{R_0}}{dt} + \dfrac{1}{C}u_{R_0} = 0$

$\dfrac{du_{R_0}}{dt} + \dfrac{1}{(R+R_0)C}u_{R_0} = 0$

soit $\boxed{\dfrac{du_{R_0}}{dt} + \dfrac{1}{\tau}u_{R_0} = 0}$ avec $\boxed{\tau = (R+R_0)C}$

b) $u_{R_0}(t) = A e^{-\alpha t}$

A $t=0$; $u_{R_0}(0) = A$

$(R+R_0)\dfrac{u_R(0)}{R_0} = E \Rightarrow (R+R_0)\dfrac{A}{R_0} = E$

d'où $\boxed{A = \dfrac{R_0E}{R+R_0}}$

$\dfrac{du_{R_0}}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$

On remplace dans l'eqt diff

$-\alpha A e^{-\alpha t} + \dfrac{1}{\tau}A e^{-\alpha t} = 0$

$\underbrace{Ae^{-\alpha t}}_{\neq 0}\left(-\alpha + \dfrac{1}{\tau}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = \dfrac{1}{\tau}}$

d'où $\boxed{u_{R_0}(t) = \dfrac{R_0E}{R+R_0}e^{-t/\tau}}$

2) a) $u_R(t) = R\,i(t)$ or $i(t) = \dfrac{u_{R_0}(t)}{R_0}$

d'où $\boxed{u_R(t) = R\cdot\dfrac{u_{R_0}(t)}{R_0}}$

b) On a $E = u_{R_0} + u_R + u_C$

$u_C = E - u_{R_0} - u_R$ or $u_R = \dfrac{R}{R_0}u_{R_0}$

$= E - \dfrac{R_0E}{R_0+R}e^{-t/\tau} - \dfrac{R}{R_0}\,\dfrac{R_0E}{R_0+R}e^{-t/\tau}$

$= E - Ee^{-t/\tau} = \boxed{E(1-e^{-t/\tau})}$

Partie B

1) $u_C(t) = E(1-e^{-t/\tau})$

A $t=\theta$; $u_C(\theta) = 0{,}99E$

$E(1-e^{-\theta/\tau}) = 0{,}99E \Rightarrow 0{,}01 = e^{-\theta/\tau}$

d'où $\boxed{\theta = 4{,}6\tau}$

2) $\theta = 4{,}6\tau = 4{,}6(R+R_0)C$

$\theta = 4{,}6RC + 4{,}6R_0C$

or $\theta = f(R)$ est une droite affine d'eqt

$\theta = aR + b$. Par identification

$a = 4{,}6C \Rightarrow C = \dfrac{a}{4{,}6} = \dfrac{\dfrac{4{,}9\,10^{-3} - 9{,}8\,10^{-3}}{0 - 100}}{4{,}6}$

$\boxed{C = 1{,}065\cdot 10^{-5}\,F}$

$b = 4{,}6R_0C \Rightarrow R_0 = \dfrac{b}{4{,}6C} = \dfrac{4{,}9\cdot 10^{-3}}{4{,}6\cdot 1{,}065\cdot 10^{-5}}$

$\boxed{R_0 = 100\,\Omega}$

Partie C

1) a) $\boxed{I_0 = 25\,mA}$

A $t=\tau$; $i(\tau) = 0{,}37 I_0 = 9{,}25\,mA$

graphiquement $\boxed{\tau = 15\,ms}$

b) $\tau = (R_0+R_1)C \Rightarrow R_1 = \dfrac{\tau}{C} - R_0 = \boxed{408{,}45\,\Omega}$

$I_0 = \dfrac{E}{R_0+R_1} \Rightarrow E = (R_0+R)\,I_0 = \boxed{35{,}2\,V}$

2) $E_e = \dfrac{1}{2}CE^2$; $E_e(\tau) = \dfrac{1}{2}Cu_C^2(\tau)$

$E_e(\tau) = \dfrac{1}{2}CE^2(1-e^{-1})^2 = \dfrac{1}{2}CE^2\left(1-\dfrac{1}{e}\right)^2$

$= \dfrac{1}{2}CE^2\left(\dfrac{e-1}{e}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{E_e(\tau)}{E_0} = \left(\dfrac{e-1}{e}\right)^2$

Exercice 4:

Expérience 1

1) $u_C = \frac{q}{C}$ or $q = I.t \Rightarrow \boxed{u_C = \frac{I}{C}.t}$

2) $u_C = f(t)$ est une droite linéaire d'équation $u_C = a.t$

Par identification $a = \frac{I}{C}$

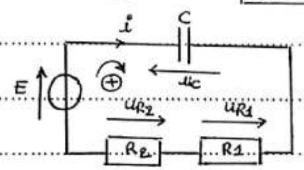
$C = \frac{I}{a} = \frac{150.10^{-6}}{\frac{6-0}{20-0}} = 500\,\mu F$

Expérience 2

1) sur la voie Y_1 $\boxed{u_{AM} = u_{R_1}}$

sur la voie Y_2 inversée $\boxed{u_{BM} = u_{R_2}}$

2) a)



En appliquant la loi des mailles

$E - u_C - u_{R_1} - u_{R_2} = 0$

$u_{R_1} + u_{R_2} + u_C = E \Rightarrow (R_1+R_2)\,i + u_C = E$

on dérive par rapport au temps

$(R_1+R_2)\frac{di}{dt} + \frac{du_C}{dt} = 0$ or $\frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$

$(R_1+R_2)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$

$\frac{di}{dt} + \frac{1}{(R_1+R_2)C}\,i = 0$

soit $\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}\,i = 0}$ avec $\boxed{\tau = (R_1+R_2)C}$

b) $i(t) = \frac{U_{01}}{R_1}\,e^{-t/\tau}$

à $t = 0$; $i(0) = \frac{U_{01}}{R_1}$

or $(R_1+R_2)\,i(0) + \underbrace{u_C(0)}_{0} = E$

$(R_1+R_2)\frac{U_{01}}{R_1} = E \Rightarrow \boxed{U_{01} = \frac{R_1 E}{R_1+R_2}}$

3) à $t = 0$ $u_{R_1}(0) + u_{R_2}(0) + \underbrace{u_C(0)}_{0} = E$

or $u_{R_1}(0) = 3,8\,V$ et $u_{R_2}(0) = 2,2\,V$

d'où $\boxed{E = 6\,V}$

4) a) $u_{R_1}(t) = R_1\,i(t) = \frac{R_1 E}{R_1+R_2}\,e^{-t/\tau}$

soit $u_{R_1}(t) = U_{01}\,e^{-t/\tau}$

à $t = \tau$; $u_{R_1}(\tau) = 0,37\,U_{01} = \boxed{1,4\,V}$

graphiquement $\boxed{\tau = 500\,ms}$

b) $U_{01} = \frac{R_1 E}{R_1+R_2}$; $\tau = (R_1+R_2).C$

$(R_1+R_2) = \frac{\tau}{C} \Rightarrow U_{01} = \frac{R_1 E}{\tau}.C$

$\Rightarrow R_1 = \frac{\tau\,U_{01}}{CE} = \frac{500.10^{-3}.3,8}{500.10^{-6}.6} = \boxed{633,33}$

$(R_1+R_2) = \frac{\tau}{C} = 1000\,\Omega$

d'où $\boxed{R_2 = 366,67\,\Omega}$

c) $I_0 = \frac{U_{01}}{R_1} = \boxed{6.10^{-3}\,A}$

ou encore $I_0 = \frac{E}{R_1+R_2}$

5) $\frac{R_2}{R_1} = \frac{u_{R_2}}{u_{R_1}} \Rightarrow \frac{u_{R_2}}{u_{R_1}} = 0,58 \Rightarrow u_{R_2} = 0,58\,u_{R_1}$

$E = u_{R_1} + u_{R_2} + u_C$ or $u_{R_1} = u_C$

$= u_{R_1} + 0,58\,u_{R_1} + u_{R_1} = 2,58\,u_C$

$u_C = \frac{E}{2,58} = 2,325\,V$

d'où $E_e = \frac{1}{2}C u_C^2 = \boxed{1,35.10^{-3}\,J}$

Exercice 5:

1) a) $u_C(t) = U_0(1 - e^{-t/\tau_1})$

Pour un temps de charge très long ($t \to +\infty$; $e^{-t/\tau} \to 0$)

$\boxed{u_C = U_0}$

b) $\boxed{U_0 = 4\,V}$

2) a) à $t = \tau_1$; $u_C(\tau_1) = 0,63\,U_0$

$u_C(\tau_1) = 2,52\,V$

or $N_1 = \frac{1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{1}{N_1} = 0,02\,s$

$T_1 \to 10$ div d'où 1 div $\to 2.10^{-3}\,s$

graphiquement $\boxed{\tau_1 = 2.10^{-3}\,s}$

b) $\tau_1 = R_1 C \Rightarrow C = \frac{\tau_1}{R_1} = \boxed{2.10^{-7}\,F}$

3) $u_C(\theta) = 0,99\,E \Rightarrow E(1 - e^{-\theta/\tau_1}) = 0,99\,E$

$1 - e^{-\theta/\tau_1} = 0,99 \Rightarrow 0,01 = e^{-\theta/\tau_1}$

$\ln(0,01) = -\frac{\theta_1}{\tau_1} \Rightarrow \boxed{\theta_1 = 4,6\,\tau_1}$

4) a) $R_2 = 3R_1 \Rightarrow \tau_2 = 3\tau_1 = 6.10^{-3}\,s$

$\theta_2 = 4,6\,\tau_2 = 27,6\,ms > \frac{T_1}{2} = 10\,ms$

$\Rightarrow$ le condensateur ne peut pas atteindre sa charge maximale.

b) $\theta \leq \frac{T}{2} = \frac{1}{2N} \Rightarrow N \leq \frac{1}{2\theta_2}$

$N \leq \frac{1}{2.27,6\,10^{-3}} = 18,11\,Hz$

$\Rightarrow \boxed{N_2 = 18,11\,Hz}$

5) $E_C(t) = \frac{1}{2}CE^2\,e^{-2t/R_3C}$

a) $E_{cm} = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}.2.10^{-7}.4^2 = 1,6.10^{-6}\,J$

$E_{cm} \to 4$ div $\Rightarrow \boxed{1\text{ div} \to 0,4.10^{-6}\,J}$

b) b_1) $\frac{dE_C}{dt} = \frac{1}{2}CE^2\left(\frac{-2}{R_3C}\right)e^{-2t/R_3C}$

$\boxed{\left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{E^2}{R_3}}$

b_2) $R_3 = -\frac{E^2}{\left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{t=0}}$

$\left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{t=0}$: pente de la tangente à la courbe à $t = 0$

$\left(\frac{dE_C}{dt}\right)_{t=0} = \frac{16.10^{-6} - 0}{0,01 - 0,0108} = -2.10^{-3}\,J.s^{-1}$

$R_3 = +\frac{16}{2.10^{-3}} = \boxed{8000\,\Omega}$